Corrections générées avec le site https://coopmaths.fr/alea/.

1 Calcul numérique

1.1 Calcul avec des fractions

Corrigé de l'exercice 1

Additionner des fractions.

1. $\dfrac{9}{5}+\dfrac{6}{2}=\dfrac{9\times\mathbf{2}}{5\times\mathbf{2}}+\dfrac{6\times\mathbf{5}}{2\times\mathbf{5}}=\dfrac{18+30}{10}=\dfrac{48}{10}=\dfrac{24\times\mathbf{2}}{5\times\mathbf{2}}=\dfrac{24}{5}$

2. $\dfrac{8}{3}+4=\dfrac{8}{3}+\dfrac{4\times3}{3}=\dfrac{8+12}{3}=\dfrac{20}{3}$

3. $\dfrac{9}{4}+\dfrac{4}{8}=\dfrac{9\times\mathbf{2}}{4\times\mathbf{2}}+\dfrac{4}{8}=\dfrac{18+4}{8}=\dfrac{22}{8}=\dfrac{11\times\mathbf{2}}{4\times\mathbf{2}}=\dfrac{11}{4}$

4. $\dfrac{8}{6}+\dfrac{5}{21}=\dfrac{8\times\mathbf{7}}{6\times\mathbf{7}}+\dfrac{5\times\mathbf{2}}{21\times\mathbf{2}}=\dfrac{56+10}{42}=\dfrac{66}{42}=\dfrac{11\times\mathbf{6}}{7\times\mathbf{6}}=\dfrac{11}{7}$

5. $\dfrac{5}{12}+\dfrac{6}{8}=\dfrac{5\times\mathbf{2}}{12\times\mathbf{2}}+\dfrac{6\times\mathbf{3}}{8\times\mathbf{3}}=\dfrac{10+18}{24}=\dfrac{28}{24}=\dfrac{7\times\mathbf{4}}{6\times\mathbf{4}}=\dfrac{7}{6}$

6. $\dfrac{9}{2}+\dfrac{1}{9}=\dfrac{9\times\mathbf{9}}{2\times\mathbf{9}}+\dfrac{1\times\mathbf{2}}{9\times\mathbf{2}}=\dfrac{81+2}{18}=\dfrac{83}{18}$

7. $\dfrac{5}{4}+\dfrac{9}{16}=\dfrac{5\times\mathbf{4}}{4\times\mathbf{4}}+\dfrac{9}{16}=\dfrac{20+9}{16}=\dfrac{29}{16}$

Corrigé de l'exercice 2

Multiplier ou diviser des fractions.

1. $\dfrac{35}{12}\times\dfrac{8}{63}=\dfrac{35\times8}{12\times63}=\dfrac{5\times7\times2\times2\times2}{2\times2\times3\times3\times3\times7}=\dfrac{2\times2\times2\times5\times7}{2\times2\times3\times3\times3\times7}=\dfrac{10}{27}$

2. $\dfrac{7}{-10}\times\dfrac{2}{-49}=\dfrac{7\times2}{-10\times(-49)}=\dfrac{7\times2}{(-2)\times5\times(-7)\times7}=\dfrac{2\times7}{2\times5\times7\times7}=\dfrac{1}{35}$

3. $\dfrac{33}{35}\times\dfrac{5}{44}=\dfrac{33\times5}{35\times44}=\dfrac{3\times11\times5}{5\times7\times2\times2\times11}=\dfrac{3\times5\times11}{2\times2\times5\times7\times11}=\dfrac{3}{28}$

4. $\dfrac{-35}{45}\times\dfrac{-15}{-49}=\dfrac{-35\times(-15)}{45\times(-49)}=\dfrac{(-5)\times7\times(-3)\times5}{3\times3\times5\times(-7)\times7}=-\dfrac{3\times5\times5\times7}{3\times3\times5\times7\times7}=-\dfrac{5}{21}$

5. $\dfrac{10}{63}\times\dfrac{7}{25}=\dfrac{10\times7}{63\times25}=\dfrac{2\times5\times7}{3\times3\times7\times5\times5}=\dfrac{2\times5\times7}{3\times3\times5\times5\times7}=\dfrac{2}{45}$

1.2 Calcul avec des puissances

Corrigé de l'exercice 3

Écrire sous la forme a^n.

1. $A=\underbrace{((-4)^3)\times((-4)^3)\times((-4)^3)\times((-4)^3)}_{4\text{ facteurs}}$

   $A=\underbrace{\underbrace{((-4)\times(-4)\times(-4))}_{3\text{ facteurs}}\times\underbrace{((-4)\times(-4)\times(-4))}_{3\text{ facteurs}}\times\underbrace{((-4)\times(-4)\times(-4))}_{3\text{ facteurs}}\times\underbrace{((-4)\times(-4)\times(-4))}_{3\text{ facteurs}}}_{4\times3\text{ facteurs}}$

   Il y a donc **4** × **3** facteurs tous égaux à (-4).
   $A=(-4)^{3\times4}=(-4)^{12}=\mathbf{4^{12}}$
   Remarque : Dans ce cas, comme les puissances d'exposant pair de deux nombres opposés sont égales, on peut écrire 4^{12} à la place de $(-4)^{12}$.

2. $B=\underbrace{(7^4)\times(7^4)\times(7^4)}_{3\text{ facteurs}}$

   $B=\underbrace{\underbrace{(7\times7\times7\times7)}_{4\text{ facteurs}}\times\underbrace{(7\times7\times7\times7)}_{4\text{ facteurs}}\times\underbrace{(7\times7\times7\times7)}_{4\text{ facteurs}}}_{3\times4\text{ facteurs}}$

   Il y a donc **3** × **4** facteurs tous égaux à 7.
   $B=7^{4\times3}=\mathbf{7^{12}}$

3. $C=\dfrac{8\times8\times8\times8}{8\times8}$
   Il y a donc **2** simplifications par 8 possibles.
   $C=\dfrac{\cancel{8}\times\cancel{8}\times8\times8}{\cancel{8}\times\cancel{8}}$
   $C=8^{4-2}=\mathbf{8^2}$

4. $D=9\times9\times9\times9\times9\times9\times9$
   Il y a donc **4** + **3** facteurs tous égaux à 9.
   $D=9^{4+3}=\mathbf{9^7}$

5. $E=8^5\times2^5$
   $E=8\times8\times8\times8\times8\times2\times2\times2\times2\times2$
   $E=(8\times2)\times(8\times2)\times(8\times2)\times(8\times2)\times(8\times2)$
   $E=(8\times2)^5=\mathbf{16^5}$

6. $F=5\times5\times5\times5\times5\times5\times5\times5\times5$
   Il y a donc **4** + **5** facteurs tous égaux à 5.
   $F=5^{4+5}=\mathbf{5^9}$

7. $G = 3^3 \times 5^3$
$G = \mathbf{3} \times \mathbf{3} \times \mathbf{3} \times \mathbf{5} \times \mathbf{5} \times \mathbf{5}$
$G = (\mathbf{3} \times \mathbf{5}) \times (\mathbf{3} \times \mathbf{5}) \times (\mathbf{3} \times \mathbf{5})$
$G = (\mathbf{3} \times \mathbf{5})^3 = \mathbf{15^3}$

Corrigé de l'exercice 4

1. $6^3 = 6 \times 6 \times 6$

2. $-\dfrac{1}{(-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3)} = -(-3)^{-8}$

3. $-4^{-2} = -\dfrac{1}{4 \times 4}$

4. $(-2) \times (-2) = (-2)^2$

2 Calcul littéral

2.1 Supprimer des parenthèses et réduire

Corrigé de l'exercice 5

Supprimer des parenthèses (niveau 1).

1. $A = (-2y + 4)$
$A = \mathbf{-2y + 4}$

2. $B = -(-2a^2 - 7a - 11)$
$B = \mathbf{2a^2 + 7a + 11}$

3. $C = (6a^2 + 4a + 1)$
$C = \mathbf{6a^2 + 4a + 1}$

4. $D = -(5x^2 - 7x + 7)$
$D = \mathbf{-5x^2 + 7x - 7}$

5. $E = (-y + 4)$
$E = \mathbf{-y + 4}$

6. $F = -(-8a + 5)$
$F = \mathbf{8a - 5}$

Corrigé de l'exercice 6

Supprimer les parenthèses (niveau 2).

1. $A=-(7z^2-5z-9)+(-8z^2-5z-2)$
$A=-7z^2+5z+9-8z^2-5z-2$
$A=\mathbf{-15z^2+7}$

2. $B=(a^2+3a+10)-(-11a^2-2a-10)$
$B=a^2+3a+10+11a^2+2a+10$
$B=\mathbf{12a^2+5a+20}$

3. $C=-(-9x+9)+(3x+1)$
$C=9x-9+3x+1$
$C=\mathbf{12x-8}$

4. $D=(-7a-9)-(4a^2-10a+1)$
$D=-7a-9-4a^2+10a-1$
$D=\mathbf{-4a^2+3a-10}$

5. $E=-(-2c-5)+(11c^2-10c+8)$
$E=2c+5+11c^2-10c+8$
$E=\mathbf{11c^2-8c+13}$

6. $F=(9a+9)-(4a+11)$
$F=9a+9-4a-11$
$F=\mathbf{5a-2}$

2.2 Développer

Corrigé de l'exercice 7

Utiliser la distributivité simple.

1. $A=-10y(7y-9)$
$A=-10y\times 7y+(-10y)\times(-9)$
Et si on réduit l'expression, on obtient :
$A=-70y^2+90y$.

2. $B=-2(-7b+6)$
$B=-2\times(-7b)+(-2)\times 6$
Et si on réduit l'expression, on obtient :
$B=14b-12$.

3. $C=(-4a-3)\times(-7)$
$C=-7\times(-4a)+(-7)\times(-3)$
Et si on réduit l'expression, on obtient :
$C=28a+21$.

4. $D = (7t+8)\times 5t$
$D = 5t \times 7t + 5t \times 8$
Et si on réduit l'expression, on obtient :
$D = 35t^2 + 40t$.

5. $E = -2+9(8x+6)$
$E = -2+9\times 8x + 9\times 6$
Et si on réduit l'expression, on obtient :
$E = -2+72x+54 = 72x+52$.

6. $F = -7(-4y+9)-8$
$F = -7\times(-4y)+(-7)\times 9 - 8$
Et si on réduit l'expression, on obtient :
$F = 28y-63-8 = 28y-71$.

Corrigé de l'exercice 8

Utiliser la double distributivité.

1. $A = (3x+8)(9x+9)$
$A = 27x^2+27x+72x+72$
$A = \mathbf{27x^2+99x+72}$

2. $B = (x+9)(x+4)$
$B = x^2+9x+4x+36$
$B = \mathbf{x^2+13x+36}$

3. $C = (x+4)(x+4)$
$C = x^2+4x+4x+16$
$C = \mathbf{x^2+8x+16}$

4. $D = (3x+9)(5x+6)$
$D = 15x^2+18x+45x+54$
$D = \mathbf{15x^2+63x+54}$

5. $E = (x+6)(x+3)$
$E = x^2+6x+3x+18$
$E = \mathbf{x^2+9x+18}$

6. $F = 5x(x-1)(7x-2) = 5x(7x^2-2x-7x+2) = \mathbf{35x^3-45x^2+10x}$.

Corrigé de l'exercice 9

Développer avec les identités remarquables.

1. $(x-3)(x+3) = x^2-3^2 = x^2-9$

2. $(8x+4)^2 = (8x)^2 + 2\times 8x\times 4 + 4^2 = 64x^2 + 64x + 16$

3. $(x-3)^2 = x^2 - 2\times 3\times x + 3^2 = x^2 - 6x + 9$

4. $(3x+8)^2 = (3x)^2 + 2\times 3x\times 8 + 8^2 = 9x^2 + 48x + 64$

5. $(4x-7)(4x+7) = (4x)^2 - 7^2 = 16x^2 - 49$

2.3 Factoriser

Corrigé de l'exercice 10

Factoriser avec un facteur commun.

1. $A = 5x^2 + x$
$= x\times 5x + x\times 1$
$= x(5x+1)$

2. $B = 4x^2 + 7x$
$= x\times 4x + x\times 7$
$= x(4x+7)$

3. $C = -49a + 56b$
$= 7\times(-7a) + 7\times 8b$
$= 7(-7a+8b)$

4. $D = 5a - 15b$
$= 5a - 5\times 3b$
$= 5(a-3b)$

5. $E = 9a - 15b$
$= 3\times 3a - 3\times 5b$
$= 3(3a-5b)$

6. $F = -7a - 21b$
$= -7a + (-7)\times 3b$
$= -7(a+3b)$

7. $G = -44x - 99x^2$
$= 11x\times(-4) - 11x\times 9x$
$= 11x(-4-9x)$

8. $H = -56x + 63x^2$
$= 7x\times(-8) + 7x\times 9x$
$= 7x(-8+9x)$

Corrigé de l'exercice 11

Factoriser $a^2 - b^2$.

1. $A = 16x^2 - 25$
$A = (4x)^2 - 5^2$
$A = (4x-5)(4x+5)$

2. $B = x^2 - 36$
$B = x^2 - 6^2$
$B = (x-6)(x+6)$

3. $C = \dfrac{81}{100}x^2 - 25$
$C = \left(\dfrac{9}{10}x\right)^2 - 5^2$
$C = \left(\dfrac{9}{10}x - 5\right)\left(\dfrac{9}{10}x + 5\right)$

4. $D = 16x^2 - 81$
$D = (4x)^2 - 9^2$
$D = (4x-9)(4x+9)$

5. On reconnaît l'identité remarquable $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$, avec $a = 2x+8$ et $b = 6$.

$$\begin{aligned}(2x+8)^2 - 36 &= (2x+8)^2 - 6^2\\ &= [(2x+8) - 6]\,[(2x+8) + 6]\\ &= (2x+2)(2x+14)\end{aligned}$$

6. On reconnaît l'identité remarquable $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$, avec $a = 8x+4$ et $b = 9$.

$$\begin{aligned}(8x+4)^2 - 81 &= (8x+4)^2 - 9^2\\ &= [(8x+4) - 9]\,[(8x+4) + 9]\\ &= (8x-5)(8x+13)\end{aligned}$$

7. On reconnaît l'identité remarquable $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$, avec $a = 8x-3$ et $b = 7$.

$$\begin{aligned}(8x-3)^2 - 49 &= (8x-3)^2 - 7^2\\ &= [(8x-3) - 7]\,[(8x-3) + 7]\\ &= (8x-10)(8x+4)\end{aligned}$$

Corrigé de l'exercice 12

Factoriser avec une identité remarquable.

1. $A = x^2 - 10x + 25 = (x-5)^2$

2. $B = 9x^2 - 6x + 1 = (3x)^2 - 2 \times 3 \times x + 1^2 = (3x-1)^2$

3. $C = 4x^2 + 12x + 9 = (2x)^2 + 2 \times 3 \times 2xx + 3^2 = (2x+3)^2$

4. $D = x^2 - 16 = (x-4)(x+4)$

5. $E = (x+1)^2 - (3-2x)^2 = (x+1+3-2x)(x+1-(3-2x)) = (4-x)(3x-2)$;

6. $F = x^2 - 2x + 1 + (1-x)(2x+1) = (x-1)^2 - (x-1)(2x+1) = (x-1)(x-1-(2x+1)) = (x-1)(-x-2)$;

7. $G = (x+1)(2x+3) + x^2 - 1 = (x+1)(2x+3) + (x-1)(x+1) = (x+1)(2x+3+x-1) = (x+1)(3x+2)$.

2.4 Mettre au même dénominateur des expression littérales

Corrigé de l'exercice 13

1. Déterminer les valeurs interdites de cette expression, revient à déterminer les valeurs qui annulent le dénominateur de $\dfrac{1}{2x+2}$, puisque la division par 0 n'existe pas.
   L'équation $2x+2=0$ a pour solution -1.
   -1 est donc une valeur interdite pour l'expression.
   Pour $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$,
   $$\begin{aligned} 2x-3+\frac{1}{2x+2} &= \frac{(2x-3)(2x+2)}{2x+2} + \frac{1}{2x+2} \\ &= \frac{(4x^2-2x-6)+1}{2x+2} \\ &= \frac{4x^2-2x-5}{2x+2} \end{aligned}$$

2. Déterminer les valeurs interdites de cette expression, revient à déterminer les valeurs qui annulent les dénominateurs de $\dfrac{6}{4x+15}$ et de $\dfrac{16}{5x+15}$, puisque la division par 0 n'existe pas.
   L'équation $4x+15=0$ a pour solution $\dfrac{-15}{4}$.
   L'équation $5x+15=0$ a pour solution -3.
   $\dfrac{-15}{4}$ et -3 sont donc des valeurs interdites pour l'expression.
   Pour $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{\dfrac{-15}{4} ; -3\right\}$,
   $$\begin{aligned} \frac{6}{4x+15} - \frac{16}{5x+15} &= \frac{6(5x+15)}{(4x+15)(5x+15)} - \frac{16(4x+15)}{(4x+15)(5x+15)} \\ &= \frac{6(5x+15)-16(4x+15)}{(4x+15)(5x+15)} \\ &= \frac{-34x-150}{(4x+15)(5x+15)} \end{aligned}$$

3. Déterminer les valeurs interdites de cette expression, revient à déterminer les valeurs qui annulent le dénominateur de $\dfrac{7}{x}$, puisque la division par 0 n'existe pas.
   0 est donc une valeur interdite.
   Pour $x \in \mathbb{R}^*$,
   $$\begin{aligned} 9+\frac{7}{x} &= \frac{9x}{x} + \frac{7}{x} \\ &= \frac{9x+7}{x} \end{aligned}$$

4. Déterminer les valeurs interdites de cette expression, revient à déterminer les valeurs qui annulent le dénominateur de $\dfrac{1}{4x-1}$, puisque la division par 0 n'existe pas.
L'équation $4x-1=0$ a pour solution $\dfrac{1}{4}$.
0 et $\dfrac{1}{4}$ sont donc des valeurs interdites pour l'expression.
Pour $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{0\,;\dfrac{1}{4}\right\}$,

$$\begin{aligned}\frac{3}{x}+\frac{1}{4x-1} &= \frac{3(4x-1)}{x(4x-1)}+\frac{x}{x(4x-1)}\\ &= \frac{12x-3+x}{x(4x-1)}\\ &= \frac{13x-3}{x(4x-1)}\end{aligned}$$

5. Déterminer les valeurs interdites de cette expression, revient à déterminer les valeurs qui annulent le dénominateur de $\dfrac{13}{4x+12}$, puisque la division par 0 n'existe pas.
L'équation $4x+12=0$ a pour solution -3.
-3 est donc une valeur interdite pour l'expression.
Pour $x \in \mathbb{R} \setminus \{-3\}$,

$$\begin{aligned}-5-\frac{13}{4x+12} &= \frac{-5(4x+12)}{4x+12}-\frac{13}{4x+12}\\ &= \frac{-20x-60-13}{4x+12}\\ &= \frac{-20x-73}{4x+12}\end{aligned}$$

6. Déterminer les valeurs interdites de cette expression, revient à déterminer les valeurs qui annulent le dénominateur de $\dfrac{1}{x+2}$, puisque la division par 0 n'existe pas.
L'équation $x+2=0$ a pour solution -2.
-2 est une valeur interdite pour le quotient $\dfrac{1}{x+2}$.
Pour $x \in \mathbb{R} \setminus \{-2\}$,

$$\begin{aligned}4x+\frac{1}{x+2} &= \frac{4x(x+2)}{x+2}+\frac{1}{x+2}\\ &= \frac{4x^2+8x+1}{x+2}\\ &= \frac{4x^2+8x+1}{x+2}\end{aligned}$$

7. Déterminer les valeurs interdites de cette expression, revient à déterminer les valeurs qui annulent le dénominateur de $\dfrac{6}{x}$, puisque la division par 0 n'existe pas.
0 est donc une valeur interdite.
Pour $x \in \mathbb{R}^*$,

$$\begin{aligned}-x+\frac{6}{x} &= \frac{-x^2}{x}+\frac{6}{x}\\ &= \frac{-x^2+6}{x}\end{aligned}$$